

ра в пределах 24-28 киловольт. Исследовались три интервала крупностей: $(-1,0 + 0,63 \text{ мм})$ – кривая 1, $(-0,63 + 0,25 \text{ мм})$ – кривая 2 и $(-0,25 + 0,05 \text{ мм})$ – кривая 3. Отмечено снижение эффективности извлечения крупностью $(-0,25 + 0,05 \text{ мм})$ для всех трех исследуемых пород. Особенно низкая извлекаемость при крупности менее 0,01 мм из-за наличия сростков и низкого процентного содержания в них самородной меди.

Таким образом, метод электростатической сепарации для отделения самородной меди из измельченной массы базальта, туфа и лавобрекчии является эффективным для сухой сепарации в условиях отработки технологии обогащения базальтового сырья. Наиболее перспективная крупность исходного продукта при электрической сепарации для базальта и лавобрекчии $(-1,0 + 0,25 \text{ мм})$, для туфа $(-0,63 + 0,25 \text{ мм})$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надутый В.П. Определение элементного состава вскрышных и основных пород Рафаловского базальтового карьера / В.П. Надутый, З.Р. Маланчук, Т.Ю. Гринюк // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. Институт геотехнической механики НАН Украины. – Днепропетровск. – 2007. – Вып. 68 – С. 28-32.
2. Закономірність розміщення самородної міді в базальтовій лаво брекчії при різному її гранулометричному складі / В.П. Надутый, З.Р. Маланчук, Т.Ю. Гринюк, С.С.Стець // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Зб. наук. праць. – Вип. 4(32) – Рівне. – 2005. – С. 215-220.
3. Олофинский Н.Ф. Электрические методы обогащения полезных ископаемых / Н.Ф. Олофинский / Изд. 4-е перераб. и доп. – М.: Недра, 1977. – 240 с.
4. Каргаузов Н.М. Технология доводки коллективных концентратов с помощью электрической сепарации / Н.М. Каргаузов – М.: Недра, 1966. – 120 с.
5. Самыгин В.Д. Основы обогащения руд. Учебное пособие для вузов / В.Д. Самыгин, Л.О. Филимонов, Д.В. Шехирев. – М.: Альтекс, 2003. – 240 с.

УДК 536.2

Канд. техн. наук В.В. Біляєва

(Дніпропетровський національний університет)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО ЗАБРУДНЕННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ВОД

Предложена численная модель для экспресс-прогноза теплового загрязнения акватории реки. Модель основана на интегрировании двумерного уравнения энергии. Для численного интегрирования используется неявная разностная схема расщепления. Представлены результаты численного эксперимента.

MATHEMATICAL SIMULATION OF THE HEAT POLLUTION OF THE RIVERS

A numerical model to simulate the heat pollution of the rivers was developed. The model is based on the integration of the 2D equation of the energy conservation. The implicit difference scheme is used for numerical integration. The results of numerical experiments are presented.

Вступ. За запасами власних водних ресурсів, доступними для користування, Україна належить до найменш забезпечених серед європейських держав. При цьому спостерігається інтенсивна антропогенна дія на ці водні ресурси. Слід підкреслити, що в основному в літературі приділяється увага хімічному забрудненню поверхневих вод в наслідок функціонування різноманітних підприємств

[2, 3] і практично відсутні дослідження по тепловому забрудненню річок. Таке забруднення дуже розповсюджено поблизу крупних міст та промислових об'єктів, що розташовуються уздовж русла річок. Тому метою даної роботи є створення математичної моделі, що дозволила б проводити дослідження за визначенням зон теплового забруднення річок поблизу місця скиду нагрітих стічних вод.

Математична модель теплового забруднення річки. Існує певне русло річки і в нього, крізь водовипуск, надходять нагріті стічні води. Необхідно розрахувати зону теплового забруднення в річці, тобто там, де температура вод більше фоновій. Для розрахунку необхідно побудувати математичну модель процесу.

Для експрес-розрахунку поля температур в акваторії ріки будемо використовувати наступне рівняння:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \sum_{i=1}^N q_i(t) \delta(r - r_i), \quad (1)$$

де T – температура, K ;

$r_i = (x_i, y_i)$, x_i, y_i – координати джерела викиду нагрітих вод, m ;

u, v – компоненти вектора швидкості водного потоку, m/c ;

q_i – інтенсивність точкового джерела викиду теплового забруднення, Wm ;

μ_x, μ_y – коефіцієнти температуропровідності, m^2/c .

t – час, c .

Розв'язок цього рівняння будемо визначати в області, що має форму прямокутника: $R = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y\}$. На бічних сторонах області R для моментів часу $t > 0$ ставляться такі граничні умови. На частині границі Γ , де водні маси втікають в розрахункову область, вважаємо, що температура відома, тому:

$$T|_{\Gamma} = T_0, \text{ на частині границі } \Gamma, \text{ де } \vec{V} \cdot \vec{n} \leq 0.$$

На частині границі Γ , де водні маси витікають із розрахункової області, гранична умова має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \text{ на частині границі } \Gamma, \text{ де } \vec{V} \cdot \vec{n} \geq 0,$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор зовнішньої нормалі до границі Γ .

$\vec{V}$ – вектор швидкості течії води.

На границі $y = 0$, та $y = Y$ ставиться умова:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right| = 0.$$

Початкову умову для рівняння (1) поставимо у вигляді $T = 0$ при $t = 0$, $T = T_0$ при $y = 0$.

Чисельне інтегрування рівняння моделі. Розглянемо побудову абсолютно стійкої неявної поперемінно-трикутної різницевої схеми для чисельного інтегрування рівняння (1) у області $G = 0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y$. Розрахункова область розбивається рівномірною прямокутною сіткою. Невідоме значення температури будемо визначати в центрі різницевих комірок, а компоненти вектора швидкості u, v – на гранях різницевих комірок, м/с.

Похідна за часом апроксимується розділеною різницею:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t}.$$

Конвективні похідні запишемо у вигляді [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u T}{\partial x} &= \frac{\partial u^+ T}{\partial x} + \frac{\partial u^- T}{\partial x}, \\ \frac{\partial v T}{\partial y} &= \frac{\partial v^+ T}{\partial y} + \frac{\partial v^- T}{\partial y}, \end{aligned}$$

$$\text{де } u^+ = \frac{u + |u|}{2}, u^- = \frac{u - |u|}{2}; v^+ = \frac{v + |v|}{2}; v^- = \frac{v - |v|}{2}.$$

Апроксимуємо конвективні похідні розділеними різницями «проти потоку» на верхньому тимчасовому шарі таким чином [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^+ T}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^+ T_{ij}^{n+1} - u_{ij}^+ T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ T^{n+1}, \\ \frac{\partial u^- T}{\partial x} &\approx \frac{u_{i+1,j}^- T_{i+1,j}^{n+1} - u_{ij}^- T_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- T^{n+1}, \\ \frac{\partial v^+ T}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^+ T_{ij}^{n+1} - v_{ij}^+ T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ T^{n+1}, \\ \frac{\partial v^- T}{\partial y} &\approx \frac{v_{i,j+1}^- T_{i,j+1}^{n+1} - v_{ij}^- T_{ij}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- T^{n+1}, \end{aligned}$$

де $L_x^+, L_x^-, L_y^+, L_y^-$ – позначення різницевих операторів при апроксимації конвективних похідних.

Другі похідні апроксимуємо наступними виразами [1]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}(\mu_x \frac{\partial T}{\partial x}) &\approx \mu_x \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{\Delta x^2} - \mu_x \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- T^{n+1} + M_{xx}^+ T^{n+1}, \\ \frac{\partial}{\partial y}(\mu_y \frac{\partial T}{\partial y}) &\approx \mu_y \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{\Delta y^2} - \mu_y \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^- T^{n+1} + M_{yy}^+ T^{n+1},\end{aligned}$$

де $M_{xx}^+, M_{xx}^-, M_{yy}^+, M_{yy}^-$ – позначення різницевих операторів при апроксимації других похідних. З врахуванням приведених вище позначень різницевих операторів запишемо різницевий аналог рівняння:

$$\begin{aligned}\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\Delta t} + L_x^+ T^{n+1} + L_x^- T^{n+1} + L_y^+ T^{n+1} + L_y^- T^{n+1} + \sigma T_{ij}^{n+1} = \\ = (M_{xx}^+ T^{n+1} + M_{xx}^- T^{n+1} + M_{yy}^+ T^{n+1} + M_{yy}^- T^{n+1}) + q_{ij} \delta_{ij}.\end{aligned}\quad (2)$$

Символ δ_{ij} позначає число "1" або "0", залежно від того, знаходиться чи ні в різницевій комірці "ij" джерело теплового забруднення. Величина q_{ij} дорівнює інтенсивності викиду q_k відповідного k -го джерела, що знаходиться в різницевій комірці "ij":

$$q_{ij} = q_k / \Delta x / \Delta y.$$

Розщепимо різницеве рівняння (2) на чотири різницеві рівняння так, щоб на кожному кроці враховувався лише один напрям перенесення температури, обумовлений знаком при конвективних похідних. При апроксимації других похідних використовуватимемо два часових шару з метою здобуття на верхньому часовому шарі трикутного шаблону. Це дозволить здійснити розв'язок кожного різницевого рівняння по методу рахунку, що біжить. В цьому випадку різницеві рівняння мають вигляд [1]:

- на першому кроці розщеплення $k = n + \frac{1}{4}$:

$$\begin{aligned}\frac{T_{ij}^k - T_{ij}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ T^k + L_x^- T^k) = \\ = \frac{1}{4}(M_{xx}^+ T^k + M_{xx}^- T^k + M_{yy}^+ T^n + M_{yy}^- T^n) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l,\end{aligned}$$

- на другому кроці розщеплення $k = n + \frac{1}{2}$; $c = n + \frac{1}{4}$:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- T^k + L_y^- T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^k + M_{xx}^+ T^c + M_{yy}^- T^k + M_{yy}^+ T^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

- на третьому кроці розщеплення $k = n + \frac{3}{4}$; $c = n + \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ T^k + L_y^- T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^c + M_{xx}^+ T^k + M_{yy}^- T^k + M_{yy}^+ T^c) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l, \end{aligned}$$

- на четвертому кроці розщеплення $k = n + 1$; $c = n + \frac{3}{4}$:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{ij}^k - T_{ij}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- T^k + L_y^+ T^k) = \\ & = \frac{1}{4}(M_{xx}^- T^k + M_{xx}^+ T^c + M_{yy}^- T^c + M_{yy}^+ T^k) + \sum_{l=1}^N \frac{\bar{q}_l}{4} \delta_l. \end{aligned}$$

З даних виразів можна отримати явні формули для визначення невідомого значення температури на кожному кроці розщеплення.

На базі розглянутої різницевої схеми створена програма розрахунку теплового забруднення річок.

Практичне використання моделі. Розглянемо результати обчислювального експерименту, проведеного на базі розробленої чисельної моделі.

В акваторію р. Дніпро (рис.1) здійснюється скид нагрітих вод в кількості 5 м³/сек, з температурою 353 К. Припускається що викид постійний. Відома середня швидкість води в річці, що дорівнює 0.3м/с; коефіцієнти температуропровідності дорівнюють 0.03м²/с. Необхідно розрахувати динаміку розповсюдження зони теплового забруднення у річці з часом. Під зоною теплового забруднення мається на увазі зона, де температура води перевищує фонову.

На рис.1 – 3 показано, як формується зона теплового забруднення акваторії.



Рис. 1 – Зона теплового забруднення для моменту часу $t=28$ хв після початку скиду стічних вод



Рис. 2 – Зона теплового забруднення для моменту часу $t=65$ хв після початку скиду стічних вод



Рис. 3 – Зона теплового забруднення для моменту часу $t=150$ хв після початку скиду стічних вод

З рисунків чітко видно, що теплове забруднення в річці характеризується формуванням зони підвищеної температури у вигляді еліпса. Розмір зони збільшується як в напрямку течії так , так і в поперечному напрямку. Розрахунковий

час задачі склав 10 сек на ПК.

Висновки. Побудовано чисельну модель для експрес-прогнозу теплового забруднення акваторії річок при скиді нагрітих промислових вод. На базі розробленої чисельної моделі проведено обчислювальний експеримент по дослідженню розмірів зони теплового забруднення акваторії річки. На далі планується побудова 3D моделі теплового забруднення акваторії.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Згуровский М.З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде. / М.З. Згуровский, В.В. Скопецкий, В.К. Хрущ, Н.Н. Беляев. - Киев:Наукова думка, 1997. - 348с.
2. Пуллиам Т. Х. Рекомендации по размещению и проектированию рассеивающих выпусков сточных вод. / Т. Х. Пуллиам.-М.: Стройиздат, 1981.- 224с.
3. Рудаков Д. В. Математичні моделі в охороні навколишнього середовища. Навчальний посібник / Д. В. Рудаков.- Дніпропетровськ ,2004. -160с.

УДК 697.953:537.56

Доктор техн. наук Н.Н. Беляев,
инж. Д.О. Затынайченко

(Днепропетровский национальный университет
железнодорожного транспорта)

CFD МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АЭРОИОНОВ В ПОМЕЩЕНИИ

На базі розробленої 2D CFD моделі виконано розрахунок поширення аероіонів у приміщенні. Модель базується на чисельному інтегруванні рівняння конвективно-дифузійного переносу домішки, що враховує процеси взаємодії аероіонів різної полярності та моделі потенційного руху. Наводяться результати обчислювального експерименту.

CFD MODELLING OF THE AIR IONS DISPERSION IN THE ROOM

The 2D CFD model was developed and used to simulate the air ions dispersion in the room. The model is based on the numerical integration of the K-gradient transport model which takes into account the process of the air ions interaction having different polarity and the model of the potential flow. The results of numerical experiment are presented.

Введение. В настоящее время большой интерес проявляется к обеспечению необходимого аэроионного режима (АР) в помещениях (как в производственных, так и в жилых помещениях, а также в помещениях специального назначения) [1, 2, 4, 5]. Рост такого интереса обусловлен тем, что обеспечение нормального АР в помещениях является одним из важных факторов обеспечения качества воздушной среды для человека.

Прогноз АР в помещениях сводится к определению концентрации ионов той или иной полярности как в самом помещении, так и в определенных его частях – рабочих зонах и т.п. Прогноз АР в помещениях методом физического моделирования требует достаточно много времени на постановку эксперимента, проведение его, обработку результатов, многократных измерений и достаточно дорогого оборудования (например, измеритель концентрации ионов *Inti ITC -201A* (Япония), производящий измерения каждые 0.5с или лазерный измеритель концентрации частиц *Kapomax Geo*, производство – Великобритания) [1]. В то же вре-